

# EMPREGO DE MODELOS MATEMÁTICOS SEMI-EMPÍRICOS IDENTIFICADOS EM PROCESSO DE SECAGEM

J. P. A. SILVA<sup>1</sup>, R. GEDRAITE<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Química

**RESUMO** – O presente trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de modelo matemático semiempírico identificado na etapa de secagem de talos de tabaco e posterior comparação desse com outros modelos matemáticos já existentes, visando representar o comportamento dinâmico do processo e realizar o dimensionamento preliminar do comprimento do secador. O secador considerado no estudo é o secador de esteiras com largura previamente adotada (1,4 m) e altura de camada de material sólido sobre a esteira transportadora de 20 cm. A análise detalhada da cinética de secagem do processo levou em consideração a curva de secagem do talo de tabaco, obtida a partir de informações publicadas na literatura. A precisão dos modelos matemáticos estudados foi associada ao parâmetro estatístico de coeficiente de determinação. O modelo matemático que apresentou o melhor ajuste aos dados foi o de Smith com coeficiente de determinação igual a 0,9981.

Palavras-chave: Curva de secagem, Modelagem matemática, Talo de tabaco.

*ABSTRACT* – This work aims to develop a semi-empirical mathematical model identified in the drying step of tobacco stalks and its subsequent comparison with other existing mathematical models, in order to represent the dynamic behavior of the process and perform the preliminary dimensioning of the dryer length. The dryer considered in the study is the belt dryer with a previously adopted width (1.4 m) and a 20 cm height of solid material layer on the conveyor belt. The detailed analysis of the drying kinetics of the process considered the drying curve of the tobacco stalk, obtained from information published in the literature. The precision of the studied mathematical models was associated with the statistical parameter of coefficient of determination. The mathematical model that presented the best fit to the data was Smith's with coefficient of determination equal to 0.9981.

*Keywords:* Drying curve, Mathematical Modeling, Tobacco stalk.

## 1. INTRODUÇÃO

A secagem industrial é uma das atividades mais comuns e antigas dentre as Operações Unitárias. Consiste na retirada de líquido presente em um sólido para reduzir a umidade do mesmo até um valor desejado. É considerado um processo físico-químico e termofísico que envolve simultaneamente transferência de calor e massa (CHEN, 2003).

A secagem de sólidos pode ser utilizada para várias finalidades, como: reduzir a atividade microbiológica em cereais, alimentos e perecíveis em geral; facilitar estocagem, reduzir custos de transporte, facilitar manuseio do sólido, prolongar o prazo de validade do produto, além de melhorar a qualidade do produto final, sendo a sua utilização muito comum no acabamento final de madeira e derivados, borrachas, couros, plásticos, alimentos, produtos farmacêuticos, celulose e fumo (COSTA, 2007; PELEGRINA; CRAPISTE, 2001).

Por se tratar de uma operação unitária amplamente utilizada no setor industrial, e energeticamente intenso, existem pelo menos 400 tipos de secadores reportados na literatura, sendo que na prática estão distribuídos de 50 formas distintas e classificados basicamente como apresentado na Tabela 1 (MUJUNDAR 2004, citado por MEILI 2009).

A cinética de secagem é específica para cada tipo de material e está associada à mudança de umidade média e temperatura média no decorrer do tempo. Através da cinética de secagem é possível calcular valores essenciais para o projeto de um secador, como taxa de evaporação da água, tempo de secagem, comprimento do secador, energia consumida pelo dispositivo de secagem (PERAZZINI; FREIRE; FREIRE, 2014).

Os modelos matemáticos são artifícios úteis na representação da realidade física de um sistema real. Assim, cada idealização da cinética de secagem dos talos de tabaco, alinhado ao desprezo de certas particularidades que possuem pouca influência na operação, tem-se um modelo matemático (SEBORG et al, 2019).

Objetiva-se neste trabalho o desenvolvimento de um modelo matemático semiempírico identificado na etapa de secagem de talos de tabaco, visando representar o comportamento dinâmico do processo e realizar o dimensionamento preliminar do comprimento do secador.

## **2. MATERIAL E MÉTODOS**

Para o estudo utilizou-se como base talos da planta do tabaco e um secador convectivo de esteiras com largura previamente adotada (1,4 m) e altura de camada de material sólido sobre a esteira transportadora de 20 cm.

### **2.1. Determinação da curva de secagem**

A análise detalhada da cinética de secagem do processo levou em consideração a curva de secagem do talo de tabaco, obtida a partir de informações publicadas na literatura (MENDES, 2012). A curva de secagem presente na literatura foi obtida experimentalmente em laboratório através da observação do comportamento do teor de umidade do talo de tabaco em função do tempo de secagem do material. Os valores obtidos experimentalmente referentes ao tempo de secagem, massa e umidade do material estão apresentados na Tabela 1.

A curva de secagem foi obtida por meio de um gráfico de umidade em base seca em função do tempo, sendo que a umidade em cada instante foi obtida pela Eq. (1).

Tabela 1 – Variação de massa e teor de umidade em função do tempo

tempo (min)	massa (g)	teor de umidade em base seca (gramas de água/grama de material isento de umidade)
0	20,02	0,8534
10	17,65	0,6203
20	16,7	0,5264
30	15,58	0,4230
40	14,57	0,3312
50	13,72	0,2447
60	12,96	0,1772
70	12,22	0,1086
90	11,35	0,0401
110	11,15	0,0243
130	11,14	0,0243
150	11,08	0,0190
170	11,05	0,0158

Fonte: (Mendes, 2012)

$$X (b. s.) = \frac{M_{úmida} - M_{seca}}{M_{seca}} \quad (1)$$

em que  $X (b. s.)$  é a razão entre a massa de água presente na amostra ( $M_{úmida} - M_{seca}$ ) e a massa de sólido isenta desta umidade ( $M_{seca}$ ), em um determinado intervalo de tempo. A  $M_{úmida}$  é a massa da amostra antes da secagem em estufa (g) e  $M_{seca}$  é a massa seca obtida (g).

## 2.2. Modelagem da operação de secagem

As curvas generalizadas de secagem são outro meio de avaliar a umidade de uma amostra. Alguns autores propuseram em seus trabalhos modelos matemáticos que podem ser empregados no estudo do comportamento da secagem (PERAZZINI; BÉTTEGA; FREIRE, 2010).

O modelo matemático de Lewis (1921), é comumente utilizado para descrever a cinética de secagem de sólidos. Este modelo é análogo à lei de resfriamento de Newton, onde a variação de umidade do sólido em função do tempo é proporcional à diferença do conteúdo de umidade entre o material a ser seco e a umidade de equilíbrio gás-sólido. O modelo proposto por Lewis pode ser explicitado pela Eq. (2).

$$\frac{dX_s}{dt} = -K \cdot [X_s(t) - X_s^*] \quad (2)$$

em que  $X_s(t)$  é a umidade do sólido em um determinado instante, expressa em base seca,  $X_s^*$  é a umidade de equilíbrio, também expressa em base seca e  $K$  é a constante de transferência de massa.

Alternativamente pode-se desenvolver o modelo da curva de secagem utilizando métodos baseados na curva de reação do processo, que são modelos semiempíricos identificados, baseados em parâmetros tais como ganho ( $K_p$ ), atraso de transferência ( $\tau_p$ ) e atraso de transporte ( $\theta_p$ ). Os mais utilizados são os modelos baseados em sistemas de 1ª ordem com tempo morto. A fim de se determinar os valores dos parâmetros citados, foram testados os seguintes modelos aproximados: o modelo baseado no método da tangente, o modelo baseado no método de Miller, o modelo baseado no método de Smith e o modelo de Sundaresan e Krishnaswamy. (GARCIA, 2005; COUGHANOWR; LEBLANC, 2009; SEBORG et al, 2019)

No método da tangente, originalmente proposto em Gedraite (2021), deve-se traçar uma tangente através do ponto de inflexão da curva de resposta do processo. Essa tangente deve ser traçada desde o valor estacionário do processo antes de ocorrer a perturbação até o novo valor estacionário.

O tempo morto  $\theta_p$  corresponde ao tempo entre o instante de aplicação do degrau até o ponto em que a tangente traçada encontra com o valor original do regime estacionário do processo antes da perturbação em degrau.

A constante de tempo  $\tau_p$  corresponde ao intervalo de tempo entre os instantes em que a tangente traçada se encontra tanto com o valor original do regime estacionário do processo quanto com o novo valor do regime estacionário dele. No método de Miller, proposto em Sundaresan; Krishnaswamy (1978), o tempo em que a resposta do processo atinge 63,2% de seu valor final corresponde a  $\theta_p + \tau_p$ . A determinação do valor de  $\theta_p$  é feita de forma idêntica à do método da tangente.

No método de Smith, a linha tangente é difícil de ser traçada com precisão prática. Uma alternativa proposta por Sundaresan e Krishnaswamy é determinar  $\theta_p$  e  $\tau_p$  a partir de dois pontos na curva de reação do processo (GEDRAITE, 2021). A solução analítica para a resposta ao degrau de amplitude de um sistema de 1ª ordem com tempo morto é apresentada na Eq. (3).

$$y(t) = A \cdot [1 - e^{-\frac{(t-\theta_p)}{\tau_p}}] \quad (t > 0) \quad (3)$$

Um método similar ao anterior também foi proposto por Sundaresan; Krishnaswamy (1978). Neste caso, propõem-se dois instantes,  $t_1$  e  $t_2$  e calcula-se  $\theta_p$  e  $\tau_p$  com base na Eq. (4) e na Eq. (5).

$$\tau = 0,675 \cdot (t_2 - t_1) \quad (4)$$

$$\theta = 1,29 \cdot t_1 - 0,294 \cdot t_2 \quad (5)$$

em que  $t_1$  e  $t_2$  e são estimados a partir da curva de resposta a uma entrada degrau e correspondem à 35,3%

e 85,3% respectivamente, dos valores da variação da resposta em regime estacionário.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

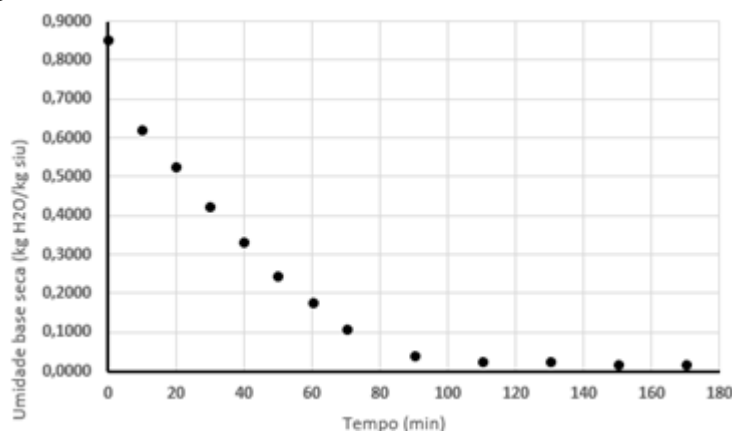
Conforme já descrito anteriormente, os resultados experimentais foram apresentados em uma curva de secagem que representa o comportamento real do processo. Em seguida, a dinâmica de secagem foi comparada com a curva de secagem ajustada utilizando o modelo matemático proposto por Lewis, pelo método da tangente, pelo método de Miller, o método de Smith e o método de Sundaresan e Krishnaswamy.

A fim de determinar qual modelo possui melhor aderência aos dados experimentais, utilizou-se como base de comparação o parâmetro estatístico coeficiente de determinação.

#### 3.1. Determinação da curva de secagem

Os valores obtidos experimentalmente por Mendes (2012) são representados na Figura 1.

Figura 1- Curva de secagem considerando 180 min de operação



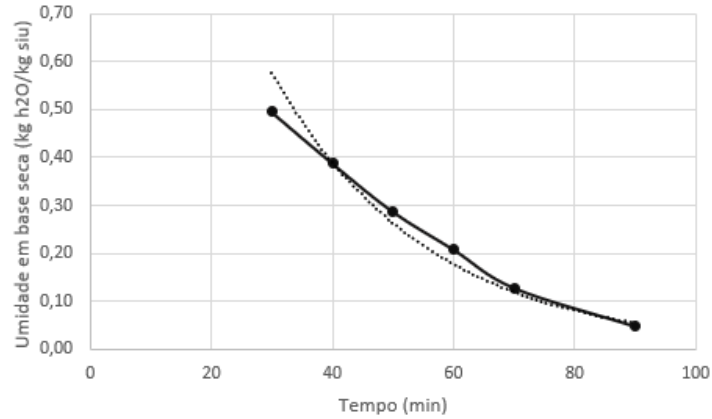
Fonte: Mendes (2012)

Verifica-se que a curva possui um comportamento coerente ao comportamento tipicamente encontrado em processos de secagem, já que a água superficial representa pouca resistência a ser transferida do material até o ar, sendo que isso ocorre nos primeiros 60 minutos, período no qual a taxa de secagem, ou seja, a quantidade de água transferida por unidade de tempo, é maior. Após esse tempo, a água transferida passa a ser a que está localizada no interior do material, fazendo com que a taxa de secagem seja menor.

#### 3.2. Ajustes dos modelos aproximados

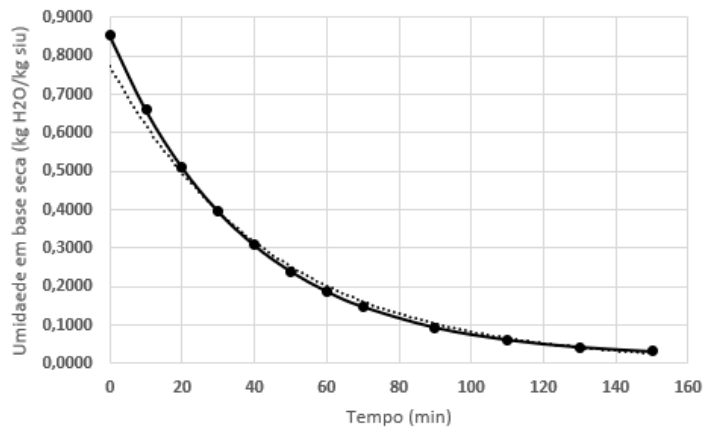
Os resultados experimentais obtidos por Mendes (2012) foram ajustados aos modelos matemáticos anteriormente apresentados nas Figuras 2 a 6.

Figura 2- Curva ajustada através do modelo matemático de Lewis



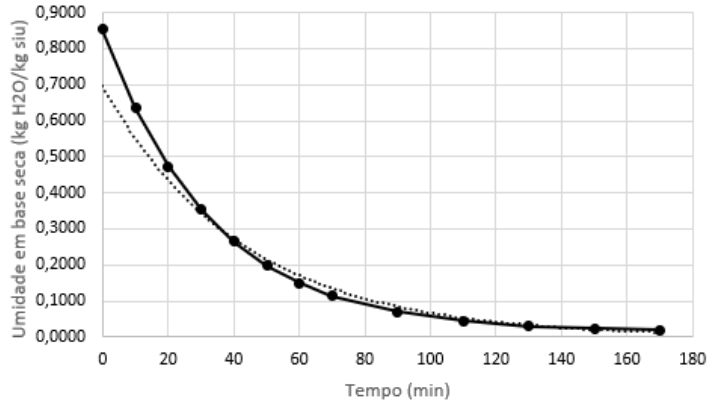
Fonte: autoria própria

Figura 3- Curva ajustada através do método da tangente



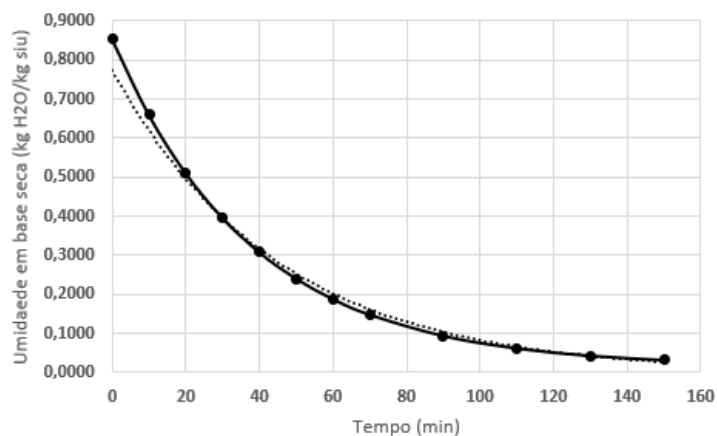
Fonte: autoria própria

Figura 4- Curva ajustada através do método de Miller



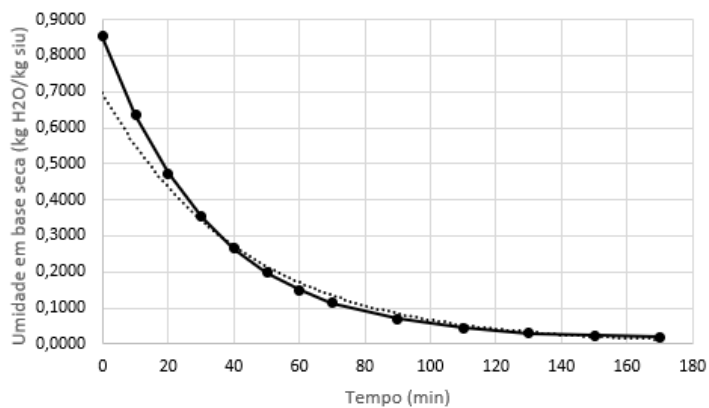
Fonte: autoria própria

Figura 5- Curva ajustada através do método de Smith



Fonte: autoria própria

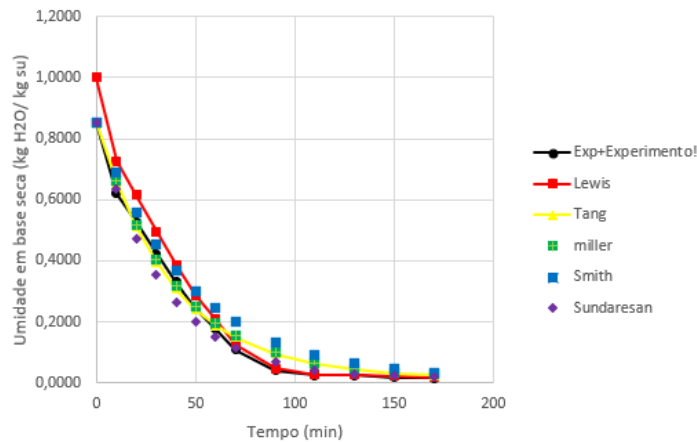
Figura 6 - Curva ajustada através do método de Sundaresan e Krishnaswamy



Fonte: autoria própria

Para melhor visualização das curvas ajustadas em relação ao comportamento experimental, elas foram agrupadas na Figura 7.

Figura 7 - Curvas ajustadas comparadas à curva de secagem real



Fonte: autoria própria

Com base nos valores do coeficiente de determinação ( $R^2$ ) apresentados na Tabela 2, pode-se afirmar que os modelos aproximados apresentaram comportamento bastante razoável. O critério de escolha do melhor modelo foi com base no maior valor do coeficiente de determinação. Pode-se verificar que o modelo obtido com base no método de Smith forneceu o melhor ajuste aos resultados experimentais, apresentando o maior valor de  $R^2$ .

Tabela 2 – Valores dos parâmetros estatísticos para cada modelo matemático

Modelo	Coefficiente de determinação
Lewis	0,9715
Método da tangente	0,9963
Método de Miller	0,9963
Método de Smith	0,9981
Método de Sundaresan e Krishnaswamy	0,9863

Fonte: autoria própria

#### 4. CONCLUSÃO

O estudo realizado neste trabalho, permitiu a avaliação de cenários característicos de situações encontradas em operações de secagem industrial em Indústrias. Adicionalmente, esse estudo permitiu que um conteúdo abstrato que diz respeito ao comportamento dinâmico de um sistema seja traduzido de maneira simples e observável ao estudante do curso de graduação, facultando a este a melhoria do processo de apropriação do conhecimento.

A análise da operação de secagem com o emprego de modelos matemáticos simplificados foi realizada com sucesso, levantando cenários que podem ser usados tanto para o treinamento de operadores de processo quanto para a mitigação dos possíveis riscos à operação de secadores industriais.



Em que pese o fato de o modelo aproximado apresentar limitações quanto à fenomenologia envolvida na etapa de secagem, os resultados obtidos permitiram verificar a coerência do comportamento do teor de umidade absoluta final do material em estudo, sendo possível pensar na aplicação dos modelos simplificados na análise do funcionamento do secador.

Como sugestão de continuidade deste trabalho é sugerido que este modelo seja incluído em um modelo mais amplo, que permita a representação de alterações no valor de vazão do material sólido úmido alimentado ao secador e no valor de vazão do ar de secagem introduzido no secador, complementando, assim, a análise das principais variáveis que afetam o processo.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Pró-reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PROPP) da Universidade Federal de Uberlândia pelo apoio recebido no programa voluntário de iniciação científica PIVIC/UFU.

## 5. REFERÊNCIAS

CHEN, J.C. *Heat transfer, in Handbook of Fluidization and Fluid Systems*, Yang, W.C., Ed., Marcel Dekker, New York, 2003, chap. 10.

COSTA, E. C. da. **Secagem Industrial**. São Paulo: Editora Blucher, 2007.

COUGHANOWR, D.R.; LEBLANC, S.E. **Process Systems Analysis and Control**. 3rd ed. New York, NY: McGraw-Hill, 2009. 602 p.

GARCIA, C. **Modelagem e Simulação de Processos Industriais e de Sistemas Eletromecânicos**. São Paulo, SP: EDUSP, 2005, 678p.

GEDRAITE, R. **Notas de aula da disciplina Química Tecnológica**. Comunicação pessoal. UFU, 2021, Uberlândia/MG.

LEWIS, W.K. **The rate of drying of solids materials**. *Ind Eng. Chem.*, 1921.

SUNDARESAN, K.; PRASAD, C. C.; KRISHNASWAMY, P. **Evaluating parameters from process transients**. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, ACS Publications, 1978.

MEILI, L. **Contribuição ao estudo da fluidodinâmica e da secagem de pastas em Leitos Fluidizado e Vibrofluidizado**. São Carlos, SP: Universidade Federal de São Carlos. Faculdade de Engenharia Química, 2009. Tese de Doutorado.

MENDES, A. C. F. **Estudo de Secador de Leito Fluidizado visando a análise de desempenho operacional**. Uberlândia, MG: Universidade Federal de Uberlândia. Faculdade de Engenharia Química, 2012. Trabalho de conclusão de curso.

MUJUNDAR, A. S. **Handbook of Industrial Dryer**. Third Edition, 2006 (USA) ISBN 978-1-57444-668-5, chap 8.

PELEGRINA, A. H.; CRAPISTE, G. H. **Modelling the pneumatic drying of food.** *Journal of Food Engineering*. V. 48, p.301-310, 2001.

PERAZZINI, H.; BÉTTEGA, R.; FREIRE, J. T. **Estudo Experimental de Secagem de Resíduos de Reciclagem de Embalagens Cartonadas.** *Anais do XVIII COBEQ- Congresso Brasileiro de Engenharia Química*, Foz do Iguacú – PR, 2010.

PERAZZINI, H.; FREIRE, F. B.; FREIRE, J. T. **prediction of residence time distribution of solid wastes in a rotary dryer.** *Drying Technology*. V. 32, p. 428-436. 2014.

SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F; MELLICHAMP, D. A; DOYLE, F. J. **Process Dynamics and Control.** 4. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2019. 502 p.