MODELAGEM MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS: LIMITES E POSSIBILIDADES

Ricardo Carneiro Gonçalves Ferreira[1], Mara Kessler Ustra[2], Sandro Rogério Vargas Ustra[3]

[1, 2]Universidade do Estado de Minas Gerais – UEMG; apoio: PAEx/UEMG

[1]richardo17itba08@yahoo.com.br, [2]mara_kessler_ustra@hotmail.com

[3]Universidade Federal de Uberlândia – UFU, srvustra@pontal.ufu.br

Linha de trabalho: Metodologias e Recursos Didático-Pedagógicos.

Resumo

Apresentamos resultados de uma análise de conteúdo envolvendo livros didáticos de matemática utilizados em uma escola municipal e quatro escolas estaduais de Ituiutaba/MG, parceiras de atividades extensionistas, visando identificar possibilidades e limites para o trabalho pedagógico com a modelagem matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Identificamos nas coleções didáticas adotadas uma perspectiva bastante restrita das poucas atividades relacionadas à modelagem matemática. Considerando espaços de pesquisa e de extensão através dos quais interagimos com professores e alunos das escolas envolvidas, apontamos possíveis subsídios para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Palavras-chave: Modelagem matemática, extensão, livro didático, educação em ciências e matemática.

Contexto do Relato

Apesar do contato prolongado que os estudantes da Educação Básica mantêm com a matemática, esta continua sendo uma das disciplinas mais temidas e de menor rendimento. As queixas de aprendizagem deficitária e falta de motivação são bastante frequentes nessa disciplina que costuma ser vista como um receituário, um conjunto de fórmulas que representam relações e conceitos abstratos, cuja manipulação requer "muito raciocínio". As dificuldades e o nível de exigência necessários para sua compreensão costumam estar associados à expectativa de compensações futuras, tal é o viés propedêutico reinante no ensino.

Nesse panorama, ressaltam-se as vantagens da modelagem matemática, enquanto uma estratégia de ensino-aprendizagem que permite vivenciar a construção de conceitos matemáticos através de atividades que advém de elementos significativos do próprio cotidiano dos alunos. Trata-se de situações que não se constituem em problemas matemáticos típicos, mas que podem ser mais bem compreendidos e transformados através desta abordagem.

Tratando-se de um processo de interação entre realidade e matemática com vistas a constituir um modelo, a modelagem matemática envolve uma série de procedimentos que geralmente podem ser agrupados em seis subetapas (BIEMBENGUT, HEIN, 2011) discriminadas abaixo:

a) Interação, através de estudo do assunto de modo direto ou indireto
   - Reconhecimento da situação-problema
   - Familiarização com o assunto a ser modelado, determinação de um referencial teórico

b) Matematização ou tradução da situação-problema para a linguagem matemática
   - Formulação do problema, elaboração de hipóteses
   - Resolução do problema em termos do modelo construído

c) Modelo matemático
   - Interpretação da solução
   - Validação do modelo utilizado, avaliação do processo

O modelo funciona como uma estrutura que visa explicar um sistema/fenômeno de forma mais próxima da realidade, mas sem fixar-se no real propriamente dito, o que apenas é possível na observação direta (ALMEIDA et al., 2012). Em um processo de modelagem podem ser construídos distintos exemplares de modelo matemático, que geralmente são constituídos por equações (algébricas e/ou diferenciais) que representam as relações entre as variáveis independentes (controláveis) e as variáveis dependentes (observáveis), permitindo descrições e previsões sobre determinado sistema ou evento (SCHWAAB e PINTO, 2007).

O significativo aumento de pesquisas e relatos de experiências em eventos da área, direcionados especificamente para a modelagem matemática, indica a consolidação desta enquanto linha de pesquisa que mantém interseções com diversas tendências teóricas educacionais, repercutindo inclusive na sua inserção nos documentos e diretrizes oficiais de educação (MALHEIROS, 2012). Entretanto, o dia-a-dia das salas de aulas ainda parece

evidenciar uma carência de propostas mais concretas desta inserção, particularmente no que diz respeito a materiais didáticos que ofereçam um suporte efetivo ao trabalho do professor.

Detalhamento das Atividades

Considerando espaços de pesquisa e de extensão através dos quais interagimos com professores e alunos de escolas de Ituiutaba/MG, buscamos investigar e estabelecer subsídios para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática na Educação Básica.

Neste trabalho apresentamos uma análise de livros didáticos de matemática utilizados em escolas parceiras de atividades extensionistas, visando identificar possibilidades e limites para o trabalho pedagógico com a modelagem matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Analisamos as coleções didáticas adotadas, identificando atividades de modelagem matemática e estabelecendo possibilidades de atuação pedagógica. Para tanto, utilizamos uma abordagem qualitativa com recursos da análise de conteúdo para a configuração de categorias analíticas (BARDIN, 2011). Para subsidiar a análise das coleções também utilizamos as avaliações contidas nos guias do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD nos anos respectivos de cada nível considerado.

Na Tabela 1 identificamos as coleções adotadas nas escolas/níveis com as quais estabelecemos atividades de extensão. Trata-se de quatro escolas estaduais e uma escola municipal, todas com Educação Básica completa, do Ensino Fundamental (EF) ao Ensino Médio (EM).

Tabela 1 – Coleções adotadas nas escolas

Escola	Nível	Coleção didática
Escola Estadual A	Anos iniciais/EF	Ápis – Alfabetização Matemática (Coleção EF1 – DANTE, 2011)
		Ápis – Matemática (Coleção EF1B – DANTE, 2011b)
	Anos finais/EF	Praticando Matemática (Coleção EF2; NAME, ZAMPIROLO, 2012)
Escola Estadual B	Ensino médio	Matemática (Coleção EM – SMOLE, DINIZ, 2013)
Escola Estadual C	Ensino médio	
Escola Estadual D	Ensino médio	
Escola Municipal	Anos finais/EF	Projeto Teláris (Coleção EF3 – DANTE, 2012)

Resultados e análise

Os conteúdos contemplados nas Coleções EF1 e EF1B estão distribuídos de forma bastante tradicional, onde os conteúdos "números e operações" estendem-se de modo excessivo. Por outro lado, geometria ocupa um espaço bem menor e a forma de sua apresentação, enfatizando o reconhecimento e a nomenclatura das figuras geométricas, não oportuniza um trabalho mais efetivo com modelos. As coleções sugerem muitas atividades diversificadas, mas que se constituem em "aplicações diretas do conteúdo ensinado, com poucas oportunidades para que o aluno construa estratégias pessoais e desenvolva sua criatividade, autonomia e autoconfiança em relação à matemática escolar" (BRASIL, 2012, p. 50).

A Coleção EF2 apresenta conteúdos típicos do Ensino Fundamental, também prevalecendo uma sobrevalorização de números e operações, principalmente no livro do 6º ano e de grandezas e medidas no 9º ano. Entretanto, os demais conteúdos tem uma progressão considerada satisfatória. A abordagem didática enfatiza a apresentação dos conteúdos e sua aplicação em exemplos e exercícios. Segundo a avaliação contida no Guia do PNLD:

> muitos problemas envolvem contextos significativos para o aluno e, especialmente, nos dois primeiros anos, ele é incentivado a investigar e formular hipóteses. Já nos dois livros finais, a ação do aluno é restrita a verificar a validade dos processos e resultados durante a apresentação dos conteúdos e a aplicar os conhecimentos nos exercícios propostos logo a seguir. (BRASIL, 2012, p. 63)

Esta atitude, mais próxima do processo de modelagem matemática, é indicada no Guia do PNLD explicitamente nos conteúdos de álgebra, quando esta é associada à criação de "modelos matemáticos para situações reais, seja por meio de equações, inequações ou funções" (BRASIL, 2012, p. 62).

Entretanto, o que é chamado pelo Guia de "modelização" consiste apenas na apresentação das funções e sua correspondência às situações exemplificadas. Não se enfatiza o processo de modelagem ou modelização propriamente dito. Também nos conteúdos de estatística e probabilidade, a ênfase recai sobre a interpretação de tabelas e gráficos e não em sua elaboração a partir de situações concretas, o que poderia caracterizar uma atividade de modelagem para o professor e seus alunos.

Na terceira coleção analisada, a EF3, os conteúdos de álgebra não são abordados no primeiro volume, do 6º ano, também se verificando um excesso na abordagem de números e operações. Essa coleção, na avaliação do Guia, contempla atividades de modelagem:

> Nota-se, ainda, equilíbrio entre os processos de modelagem e de cálculos algébricos, o primeiro utilizado como fonte primária para a construção do pensamento algébrico. A modelagem destaca-se em aplicações, como conversão de unidades de temperatura e na matemática financeira. A construção da noção de função é trabalhada por meio de relação entre grandezas em situações diversificadas. (BRASIL, 2012, p. 78)

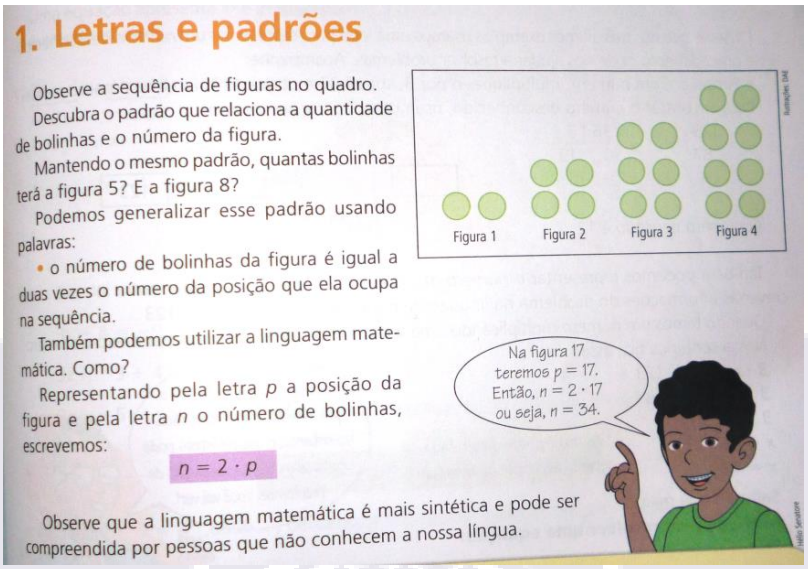
No entanto, o próprio Guia alerta que a coleção acaba priorizando a apresentação dos conceitos e procedimentos em detrimento de participação mais ativa dos alunos em estabelecer relações, tirar conclusões e fazer generalizações, o que efetivamente caracterizaria a modelagem.

A última coleção analisada é a EM, destinada aos três anos do Ensino Médio. Nessa coleção, os distintos campos da matemática são trabalhados de forma a contemplar um número excessivo de conteúdos, como é o caso de funções que predominam no 1º ano, em detrimento das equações algébricas, ausentes neste volume. Por outro lado, geometria analítica é estudada apenas no último ano. No Guia do PNLD encontramos uma avaliação positiva dessa coleção, quanto à abordagem inicial dos conteúdos, através de textos relacionados a aspectos cotidianos e à tecnologia, onde são propostos questionamentos aos estudantes. Esse momento poderia ser o início das etapas da modelagem, com a identificação de um problema relacionado a uma situação real. Também são propostas atividades e sugestões de utilização de planilhas e softwares livres para auxiliar nos cálculos e no traçado de gráficos. Entretanto, na sequência, durante a explanação dos conteúdos, esses questionamentos não se refletem numa postura mais ativa ou autônoma dos estudantes e os exercícios não são desafiadores (BRASIL, 2014). Também a ênfase conferida às sugestões dos recursos tecnológicos consiste apenas na sua utilização para realização imediata das tarefas propostas, sem uma perspectiva mais criativa ou de investigação.

Para efeitos de exemplificação, apresentamos duas abordagens encontradas nas coleções. O primeiro exemplo encontra-se no volume do 7º ano da Coleção EF2, na unidade que trata das equações de primeiro grau, considerada como representativa de modelização pelo Guia do PNLD. A abordagem está apresentada na Figura 6.

No trecho selecionado a equação de primeiro grau é elaborada a partir de uma regularidade que se observa nas figuras contidas no quadro, estabelecendo-se um paralelo entre a expressão do padrão apresentado através de palavras e utilizando a linguagem matemática. A

expressão de um padrão de regularidade é uma das características da modelagem, mas o aspecto central da busca pela solução de um problema significativo para o estudante não fica estabelecido nesta abordagem.



1. Letras e padrões

Observe a sequência de figuras no quadro.
Descubra o padrão que relaciona a quantidade de bolinhas e o número da figura.
Mantendo o mesmo padrão, quantas bolinhas terá a figura 5? E a figura 8?
Podemos generalizar esse padrão usando palavras:
• o número de bolinhas da figura é igual a duas vezes o número da posição que ela ocupa na sequência.
Também podemos utilizar a linguagem matemática. Como?
Representando pela letra p a posição da figura e pela letra n o número de bolinhas, escrevemos:

$n = 2 \cdot p$

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Na figura 17 teremos $p = 17$. Então, $n = 2 \cdot 17$ ou seja, $n = 34$.

Observe que a linguagem matemática é mais sintética e pode ser compreendida por pessoas que não conhecem a nossa língua.

Figura 6 – Abordagem das equações de primeiro grau (Coleção EF2, p. 197)

O segundo exemplo que apresentamos encontra-se na Coleção EM, na unidade relativa aos sistemas lineares do segundo volume. Nesta unidade, o tema equações lineares é inicialmente abordado considerando a situação de um elevador que suporte um "peso" máximo de 600 kg, no qual se pretende levar três tipos de caixotes, um de 60 kg, outro de 20 kg e um terceiro de 12 kg. A pergunta é formulada (quantos caixotes de cada tipo poderão ser transportados de cada vez, aproveitando-se ao máximo a capacidade de carga do elevador?) e imediatamente apresentada a equação correlata, também resolvida na sequência. Esta abordagem, apesar de propor uma questão potencialmente interessante, não permite qualquer atuação mais crítica ou criativa do estudante.

Considerações

Ponderando a importância do livro didático enquanto uma ferramenta para a atuação pedagógica do professor, procuramos caracterizar possíveis abordagens de modelagem matemática em coleções utilizadas nas escolas com as quais desenvolvemos atividades de

pesquisa e extensão. Enfatizamos a relevância dessas abordagens enquanto estratégias efetivas para que os alunos possam vivenciar elementos associados ao fazer matemática (resguardadas as especificidades do ambiente de aprendizagem escolar) envolvendo aspectos ligados diretamente a situações cotidianas de interesse.

Nossa análise contemplou as coleções e também as indicações contidas nos guias do PNLD para os níveis fundamental e médio de ensino. Especificamente, nestes guias encontramos poucas, mas significativas, referências à modelagem, o que não se confirmou nas atividades e orientações das obras. As escassas abordagens indicadas como modelagem nas obras analisadas, apesar de proporem questões potencialmente interessantes, não permitem qualquer atuação mais crítica ou criativa do estudante. Também o aspecto central da busca pela solução de um problema expressivo para o estudante não fica estabelecido. Dessa forma, das etapas principais previstas para a modelagem matemática, que envolvem a interação, a matematização e o próprio modelo matemático, as duas primeiras não são contempladas, impedindo que o processo seja trabalhado de forma integral.

Estes resultados indicam a necessidade de ampliar esforços em constituir um acervo de atividades de modelagem matemática que esteja disponível para os professores, mesmo partindo das situações limitadas que as coleções didáticas apresentam.

Referências

ALMEIDA, L. W., SILVA, K. P., VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2011.

BRASIL. **Guia de livros didáticos PNLD 2013**: alfabetização matemática e matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2012.

BRASIL. **Guia de livros didáticos PNLD 2014**: matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2013.

BRASIL. **Guia de livros didáticos PNLD 2015**: matemática ensino médio. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014.

DANTE, L.R. **Ápis** – Alfabetização matemática. São Paulo: Ática, 3 Volumes, 2011.

DANTE, L.R. **Ápis** – Matemática. São Paulo: Ática, 2 Volumes, 2011b.

DANTE, L.R. **Projeto Teláris** – Matemática. São Paulo: Ática, 4 Volumes, 2012.

MALHEIROS, A.P.S. Pesquisas em modelagem matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática. **Bolema**, 26(43), 861-882, 2012.

NAME, M. A.; ZAMPIROLO M. J. C. V. **Praticando matemática** – Edição renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 4 Volumes, 2012.

SCHWAAB, M.; PINTO, J.C. **Análise de dados experimentais I: fundamentos de estatística e estimação de parâmetros**. Rio de Janeiro, E-papers, 2007.

SMOLE, K.C.S.; DINIZ, M.I.S.V. **Matemática/Ensino médio**. São Paulo: Saraiva, 3 Volumes, 2013.